

中国电机工程学报  
*Proceedings of the CSEE*  
ISSN 0258-8013, CN 11-2107/TM

## 《中国电机工程学报》网络首发论文

题目： 计及可变流量调节模式的电热综合能源系统条件分布鲁棒优化调度  
作者： 杨畅, 李正烁  
DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.230048  
网络首发日期: 2023-04-13  
引用格式: 杨畅, 李正烁. 计及可变流量调节模式的电热综合能源系统条件分布鲁棒优化调度[J/OL]. 中国电机工程学报.  
<https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.230048>



**网络首发:** 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

**出版确认:** 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.230048

# 计及可变流量调节模式的电热综合能源系统 条件分布鲁棒优化调度

杨畅, 李正烁\*

(山东大学电气工程学院, 山东省济南市 250061)

## Conditional Distributionally Robust Optimization of Integrated Electricity and Heat Systems with Variable Flow Regulation Modes

YANG Chang, LI Zhengshuo\*

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, Shandong Province, China)

**ABSTRACT:** The integrated electricity and heat system (IEHS) can effectively promote renewable energy accommodation. The refined model of the district heating system and the reasonable model of the renewable energy uncertainty model are challenging problems to IEHS dispatch problem. This paper first establishes a conditional distributionally robust optimization model of IEHSs with variable flow regulation modes, which has two main improvements over the existing studies. Firstly, this paper establishes a conditional distributionally robust optimization by adopting the trim ambiguity set to model the intrinsic dependence between the renewable energy forecast error and its forecasted output information, which can guarantee the security and optimization of dispatch results. Secondly, this paper establishes an IEHS model with variable flow regulation modes based on the energy conservation equation and the one-order implicit upwind method to fully exploit the flexibility of the district heating system and promote renewable energy accommodation. The proposed model has random variables and bilinear constraints, which is difficult to solve directly. Thus, this paper transforms with random variables into a nonlinear deterministic model through the duality theory and conditional value at risk approximation approach. Then, this paper proposes an adaptive McCormick algorithm to solve the model with nonlinear constraints. Case studies with different scale IEHSs show that the model established in this paper can effectively reduce the dispatch cost of IEHS, and the adaptive McCormick algorithm can obtain an approximative optimal solution while guaranteeing feasibility, where the optimal gap less than one thousandth.

**KEY WORDS:** integrated electricity and heat system; distributionally robust optimization; variable flow regulation mode; McCormick relaxation; joint chance constraints

**摘要:** 电-热综合能源系统(Integrated Electricity and Heat

System, IEHS)可以有效促进可再生能源消纳。构建区域供热系统精细化模型与合理的新能源不确定性出力模型是调度 IEHS 的两个难点。该文首先提出计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒优化调度模型,主要有两点改进:通过构建基于修正模糊集的条件分布鲁棒模型建模可再生能源预测误差与其预测出力信息之间的内在依赖性,提升调度结果安全性与最优性;基于流体能量守恒方程与一阶隐式迎风格式建立可变流量调节模式下的 IEHS 调度模型,以期充分挖掘区域供热系统的灵活性,促进可再生能源消纳。所构建的 IEHS 调度模型为含有大量非线性约束的条件分布鲁棒模型,难以直接求解。对此,通过对偶理论与条件风险价值近似方法将条件分布鲁棒模型转化为含非线性约束的确定性模型,并提出自适应 McCormick 算法以求解非线性约束。通过不同规模案例仿真表明,所提模型能够降低 IEHS 的调度成本,所提算法在保证可行性的条件下快速求出问题的近似最优解,最优间隙小于千分之一。

**关键词:** 电-热综合能源系统; 分布鲁棒优化; 可变流量调节模式; McCormick 松弛; 联合机会约束

## 0 引言

为实现“碳中和,碳达峰”战略目标与“十四五”规划要求,大力发展可再生能源是重要途径之一。然而,可再生能源固有的波动性与不确定性给系统的安全运行带来严峻挑战<sup>[1]</sup>。综合能源系统能够综合利用不同能源的灵活性,打破能源壁垒,是提升能源利用效率、促进可再生能源消纳的有效技术手段<sup>[2-3]</sup>。电-热综合能源系统(integrated electricity and heat system, IEHS)通过热电联产(combined heat and power, CHP)机组实现电力系统(electric power system, EPS)与区域供热系统(district heating system, DHS)耦合,是一种典型的综合能源系统。随着 CHP

机组的广泛部署,IEHS 建模与调度已成为国内外学者共同关注的热点问题。

目前对于 IEHS 的研究,难点问题主要集中在以下 3 个方面:1) 建立 DHS 精细化模型,充分挖掘 DHS 潜在的灵活性,以促进可再生能源消纳;2) 可再生能源,特别是风电的不确定性会严重影响 IEHS 调度运行,建立合理的新能源不确定性模型方面存在较大的提升空间。3) 随着 IEHS 系统规模增大,为满足实际调度环节计算需求,构建 IEHS 的高效优化算法也是一个重要研究方向。

在 DHS 精细化建模方面,为充分挖掘 DHS 潜在的灵活性资源,促进可再生能源消纳,国内外学者展开了广泛的研究。现有研究根据 DHS 的调节模式不同可分为恒定流量调节模式与可变流量调节模式。恒定流量调节模式可以使 IEHS 模型简化为易于处理的凸二次规划模型,在目前研究中被广泛采用<sup>[4-6]</sup>。相比之下,可变流量调节模式有利于进一步挖掘 DHS 管道资源灵活性,实现更高的经济效益<sup>[7]</sup>。然而,由于存在双层嵌套、混合整数变量与非线性约束等问题,计及可变流量调节模式的 IEHS 模型优化调度在数学上仍是一个具有挑战性的问题。为了降低模型的复杂性,学者提出了不同的处理方法。文献[7-8]提出计及可变流量调节模式的 IEHS 调度模型,然而所提模型中对热动态特性的考虑不足或不够准确,使得调度方案可能与实际偏差较大,也无法充分挖掘 DHS 的灵活性,不利于可再生能源的消纳<sup>[5]</sup>。文献[9-10]采用凸松弛方法处理模型约束中的非线性约束,但松弛方法存在松弛间隙,无法保证调度结果的可行性。文献[11]提出计及流量损失的可变流量调节 IEHS 调度模型,然而对模型中大量非线性约束未做进一步处理。

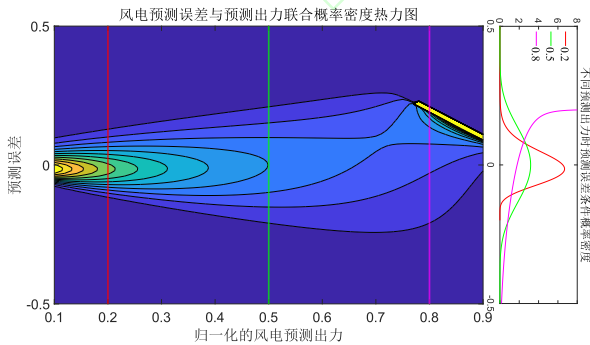


图1 风电预测误差与预测出力的联合概率密度热力图

Fig. 1 Heat map of the joint distribution of the wind farm forecast error and forecast output

在构建合理的新能源不确定性模型方面,分布鲁棒优化能够在经济性与保守性之间取得良好

平衡,已成为处理不确定性的有效方法<sup>[12-13]</sup>。近年来,随着量测与存储设备的完善,可再生能源发电数据海量积累,基于数据驱动的分布鲁棒优化引起学者广泛关注。文献[14]基于 Wasserstein 距离构建风电不确定性模糊集,提出了基于数据驱动的 IEHS 调度模型;文献[15]考虑了分布鲁棒中的不等式约束的不确定性,将分布鲁棒优化与机会约束结合,提升模型的可靠性。文献[16]进一步考虑联合机会约束,更有效地保障综合能源系统安全运行。然而,现有研究忽略了风电预测误差与其预测出力信息的内在依赖性。在实际中,如图 1 所示,风电的预测误差分布与其预测出力信息密切相关,二者为联合概率分布<sup>[17]</sup>。图 1 右图为 3 个不同预测出力信息下预测误差的条件概率分布情况(颜色分别与左图中对应),可见,在不同的预测出力信息下,其预测误差的条件概率分布存在显著差异。因此现有忽略了这种内在依赖性的不确定性建模方式难以保证调度结果的安全性与最优性。

针对上述问题,本文围绕 IEHS 调度模式,提出计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒多时段调度模型与高效求解算法。主要贡献如下:1) 在 IEHS 建模方面,本文提出计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒优化调度模型,主要有两点改进:针对可再生能源预测误差与其预测出力信息之间存在的内在依赖性,提出基于修正模糊集的条件分布鲁棒模型,实现可再生能源不确定性的精确建模;针对 DHS 的流量调节模式,基于流体能量守恒方程与一阶隐式迎风格式<sup>[18]</sup>建立计及可变流量调节模式的 IEHS 调度模型。仿真结果表明,本文所提模型能够在保证 IEHS 调度安全性的同时,有效降低 IEHS 的调度成本。2) 在求解算法方面,为解决含有大量非线性约束的条件分布鲁棒模型,本文首先基于对偶理论与条件风险价值(conditional value at risk, CVaR)近似方法将条件分布鲁棒模型转化为含非线性约束的确定性模型;其次,针对转化后非线性模型,提出自适应 McCormick 算法,不同于原始 McCormick 等凸松弛算法,自适应 McCormick 算法能够在保证可行性的条件下快速求出非线性模型的近似最优解。通过不同规模系统仿真结果表明,本文算法可以在合理的时间求出最优间隙小于千分之一的近似最优解。



# 1 计及可变流量调度模式的区域供热系统建模

## 1.1 DHS 可变流量调节模式分析

IEHS 由 EPS 与 DHS 构成,其结构如图 2 所示。EPS 中设备包括火电机组、风电机组, DHS 中设备包括燃气锅炉,两个系统间通过 CHP 机组耦合。其中, DHS 主要由热源、供热管网(包括供水管网、回水管网)、热负荷构成,热源产生的能量通过供热管网中的热水传递至热负荷处,热负荷通过热交换器从热水中获取能量。

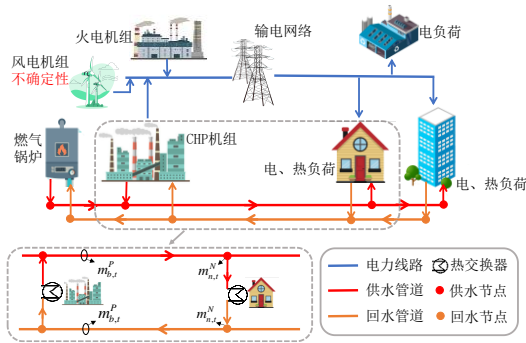


图 2 电-热综合能源系统的结构

Fig. 2 Structure of integrated electricity and heat system

在 DHS 流量调节模式上,目前大部分文献采用的恒定流量调节模式,供热管道中流量在一天中保持不变,不参与系统的优化调度。这种调节模式极大地限制了供热管网的灵活性,特别是当每日负荷波动较大时,在低负荷时采用大流量极大的削弱了系统的能源利用效率<sup>[19]</sup>,造成能源的严重浪费。已有研究表明,相较于恒定流量调节模式,可变流量调节模式有利于进一步挖掘 DHS 管道资源灵活性,实现更高的经济效益<sup>[7]</sup>。

文献[4-6]采用描述管道动态特性的节点法<sup>[20]</sup>,如文献[21]中附录 A 所示,在可变流量调节模式下将变为极为复杂的双层嵌套混合整数非线性规划模型,在求解方面具有挑战性。文献[7-8]提出的计及可变流量调节模式的 IEHS 调度模型,对热动态特性的考虑不足或不够准确,使得调度方案可能与实际偏差较大,也无法充分挖掘 DHS 的灵活性,不利于可再生能源消纳<sup>[5]</sup>。因此本文基于流体能量守恒方程与一阶隐式迎风格式<sup>[18]</sup>建立管道的动态特性模型,避免节点法在可变流量调节模式下双层嵌套与混合整数变量问题,降低模型求解难度。

## 1.2 DHS 热力管道热动态特性建模

管道的动态特性主要包括传输延迟与热量损失。对于管道中的流体,沿流动方向建立一维温度场,

其温度可以表示为位置  $s$  与时间  $t$  的二元函数。忽略二阶热传导项,其能量守恒方程为<sup>[22]</sup>:

$$A\rho c \frac{\partial \tau(s,t)}{\partial t} + cm \frac{\partial \tau(s,t)}{\partial s} = \frac{\tau_t^{am} - \tau(s,t)}{R} \quad (1)$$

式中:  $\tau(x,t)$  为  $t$  时刻在  $x$  处水温;  $A$  为管道的横截面积;  $\rho$  为水的密度;  $c$  为水的比热容;  $m$  为水的质量流量;  $R$  为管道总热阻;  $\tau_t^{am}$  为  $t$  时刻环境温度。

采用一阶隐式迎风格式<sup>[18]</sup>将式(1)差分化:

$$\frac{\tau(s,t) - \tau(s,t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{m}{\rho A} \frac{\tau(s,t) - \tau(s - \Delta s, t)}{\Delta s} = \frac{\tau_t^{am} - \tau(s,t)}{A\rho c R} \quad (2)$$

式中:  $\Delta t$  为调度的时间间隔;  $\Delta s$  为管道差分的距离间隔。在一阶隐式迎风格式(2)中,时间间隔  $\Delta t$  与距离间隔  $\Delta s$  的差分精度取决于不同的系统参数,也取决于调度者对于计算精度与复杂度的偏好。在本文算例分析中,讨论了不同管道划分精度  $\Delta s$  对于调度成本及求解时间的影响。

因此,可以将供、回水管道  $b$  离散为以  $s$  为索引的管段,管道的动态特性可以描述为:

$$\frac{\tau_{b,t,s}^{PS} - \tau_{b,t-1,s}^{PS}}{\Delta t} + \frac{m_{b,t}^P}{\rho A_b} \frac{\tau_{b,t,s}^{PS} - \tau_{b,t,s-1}^{PS}}{\Delta s} = \frac{\tau_t^{am} - \tau_{b,t,s}^{PS}}{\rho A_b c R_b} \quad (3)$$

$$\frac{\tau_{b,t,s}^{PR} - \tau_{b,t-1,s}^{PR}}{\Delta t} + \frac{m_{b,t}^N}{\rho A_b} \frac{\tau_{b,t,s}^{PR} - \tau_{b,t,s-1}^{PR}}{\Delta s} = \frac{\tau_t^{am} - \tau_{b,t,s}^{PR}}{\rho A_b c R_b} \quad (4)$$

式中:  $A_b$ 、 $R_b$  分别为管道  $b$  的横截面积与总热阻;  $\tau_{b,t,s}^{PS}$ 、 $\tau_{b,t,s}^{PR}$  分别为  $t$  时刻供、回水管道  $b$  管段  $s$  的温度;  $m_{b,t}^P$  为  $t$  时刻供、回水管道  $b$  的质量流量。

本文采用的动态特性模型能够在考虑管道动态特性的同时,避免节点法在可变流量调节模式下双层嵌套与混合整数变量模型,极大降低模型求解难度。在算例分析中,对同一管道分别采用两种模型仿真,证明了本文模型效率较节点法模型更高。然而,在约束式(3)-(4)中,仍存在大量由管道质量流量  $m_{b,t}^P$  与温度  $\tau_{b,t,s}^{PS}$ 、 $\tau_{b,t,s}^{PR}$  乘积构成的双线性项,导致约束为非线性约束。以含有  $B$  条管道 DHS 为例,若每条管道差分为 4 个管段,仅在式(3)-(4)两个约束中就含有  $16BT$  个双线性项( $T$  为调度时段数量),造成问题难以求解,对大量双线性项直接简化可能导致精度变差,因此需要进一步设计高效求解算法。

## 1.3 计及可变流量调度模式的区域供热系统模型

### 1) 热源节点模型。

在热源节点处,CHP 机组与燃气锅炉产生的热功率用于加热管道中的水:

$$h_{p,t}^{HB} + h_{p,t}^{CHP} = c \cdot m_{p,t}^N \cdot (\tau_{p,t}^{NS} - \tau_{p,t}^{NR}), \quad (5)$$

式中:  $h_{p,t}^{HB}$  为  $t$  时刻热源节点  $p$  的燃气锅炉热功率;  $h_{p,t}^{CHP}$  为  $t$  时刻热源站  $p$  的 CHP 机组热功率;  $m_{p,t}^N$  为

$t$ 时刻热源节点  $p$  的节点质量流量;  $\tau_{p,t}^{NS}$ 、 $\tau_{p,t}^{NR}$  分别为  $t$ 时刻热源节点  $p$  的供、回水温度。

#### 2) 热负荷节点模型。

在热负荷节点, 通过热交换器吸收热水能量, 其吸收能量与水温变换间的关系为:

$$D_{q,t}^H = c \cdot m_{q,t}^N \cdot (\tau_{q,t}^{NS} - \tau_{q,t}^{NR}) \quad (6)$$

式中:  $D_{q,t}^H$  为  $t$ 时刻热交换站节点  $q$  的热负荷,  $m_{q,t}^N$  为  $t$ 时刻热交换站节点  $q$  的节点质量流量,  $\tau_{q,t}^{NS}$ 、 $\tau_{q,t}^{NR}$  分别为  $t$ 时刻热交换站节点  $q$  的供、回水温度。

#### 3) 供热管网模型。

供热管网模型由管道末端温度混合方程(7)-(8)、管道首端温度方程(9)、流量连续性方程(10)描述:

$$\sum_{b \in S_n^{P+}} (m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,S}^{PS}) = m_{n,t}^N \tau_{n,t}^{NS} \quad (7)$$

$$\sum_{b \in S_n^{P-}} (m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,S}^{PR}) = m_{n,t}^N \tau_{n,t}^{NR} \quad (8)$$

$$\tau_{b_{n+},t,1}^{PS} = \tau_{n,t}^{NS}, \tau_{b_{n+},t,1}^{PR} = \tau_{n,t}^{NR} \quad (9)$$

$$\sum_{b \in S_n^{P+}} (m_{b,t}^P) = m_{n,t}^N, \sum_{b \in S_n^{P-}} (m_{b,t}^P) = m_{n,t}^N \quad (10)$$

式中:  $m_{n,t}^N$  为  $t$ 时刻供、回水节点  $n$  的质量流量;  $\tau_{b,t,S}^{PS}$ 、 $\tau_{b,t,S}^{PR}$  分别为  $t$ 时刻供、回水管道  $b$  出口处温度,  $\tau_{b_{n+},t,1}^{PS}$ 、 $\tau_{b_{n+},t,1}^{PR}$  分别为  $t$ 时刻从节点  $n$  流出的供、回水管道  $b$  入口处温度;  $S_n^{P+}$ 、 $S_n^{P-}$  分别为在供水管道中从节点  $n$  流入、流出的管道集合。

#### 4) 供热管道动态特性模型。

管道的动态特性模型即式(3)-(4)。

与管道动态特性模型类似, 约束(5)-(8)中同样含有节点流量质量  $m_{n,t}^N$  与节点温度  $\tau_{n,t}^{NS}$ 、 $\tau_{n,t}^{NR}$  乘积构成的双线性项, 需设计算法实现快速有效求解。

## 2 风电不确定性的条件分布鲁棒建模

### 2.1 条件分布鲁棒优化概述

在实际中, 风电机组  $t$ 时刻的预测误差  $\omega_t$  通常与其预测出力  $P_t^{WD}$  为联合概率分布<sup>[17]</sup>, 当风电机组的预测出力信息确定时, 预测误差即为当前预测出力下的条件分布(如图1右图所示)。因此, 考虑风电出力不确定性的 IEHS 调度模型为:

$$\begin{aligned} F &= \min_{x \in X} \sum_{t \in \mathcal{T}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t} \left[ f_t(x, \xi_t) \middle| P_t^{WD} = P_t^{WD} \right] \\ &= \min_{x \in X} \sum_{t \in \mathcal{T}} \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t} \left[ f_t(x_t, \xi_t) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

式中:  $P_t^{WD}$  为  $t$ 时刻风电机组的预测出力;  $\mathbb{P}_t$  为  $t$ 时刻  $P_t^{WD}$  与  $\omega_t$  的真实联合概率分布;  $\mathbb{P}_t$  为  $t$ 时刻  $P_t^{WD} = P_t^{WD}$  时  $\omega_t$  的真实条件概率分布;  $\xi_t$  为  $t$ 时刻由  $P_t^{WD}$  与  $\omega_t$  构成的高维随机变量, 记为

$\xi_t = (P_t^{WD}, \omega_t)$ ;  $x$  为 IEHS 中的决策变量;  $X$  为  $x$  的可行域;  $\mathbb{E}(\cdot)$  为期望算子。

在实际调度中, 真实分布  $\mathbb{P}_t$  与  $\mathbb{P}_t$  都无法准确得知, 但通常具有  $N$  个关于真实分布的历史数据  $\xi_{n,t} = (P_{n,t}^{WD}, \omega_{n,t})$  用以表征真实分布。然而, 根据历史数据推断出的经验分布往往与真实分布存在偏差, 分布鲁棒优化<sup>[12]</sup>可以利用经验分布构建包含真实分布的模糊集  $\mathcal{D}^t$ , 实现含不确定性 IEHS 优化调度:

$$F = \min_{x \in X} \sum_{t \in \mathcal{T}} \sup_{\mathbb{P}_t \in \mathcal{D}^t} \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t} \left[ f_t(x_t, \xi_t) \right] \quad (12)$$

在现有的研究中, 通常仅将预测误差  $\omega_{n,t}$  纳入模糊集中。然而, 由于样本数据  $\omega_{n,t}$  实际表征联合分布  $\mathbb{P}_t$ , 上述建模方法忽略了风电预测误差与其预测出力信息的内在依赖性, 难以保证调度结果的可靠性。如何从表征联合分布  $\mathbb{P}_t$  的历史样本中获取当前预测信息下的条件分布信息  $\mathbb{P}_t$ , 是一个具有挑战性的问题。为此, 本文提出了一种基于修正模糊集的条件分布鲁棒优化模型, 将此内在依赖性纳入模糊集构建过程中, 提升调度结果可靠性。

### 2.2 基于 Wasserstein 距离的修正模糊集

基于 Wasserstein 距离的模糊集通常为以经验分布为中心的 Wasserstein 球, 在现有的分布鲁棒优化研究中, 经验分布通常被定义为<sup>[14-16]</sup>:

$$\mathbb{P}_N = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \delta_{\omega_{n,t}} \quad (13)$$

式中:  $\mathbb{P}_N$  为经验分布;  $\delta_{(\cdot)}$  为狄拉克测度。

与经验分布(13)不同, 本文将样本数据中风电预测出力  $P_{n,t}^{WD}$  引入模糊集的构建之中, 采用修正经验分布构建 Wasserstein 球, 修正经验分布的定义为:

$$\mathbb{P}_{N,\alpha} = \sum_{n=1}^N c_n \delta_{\xi_{n,t}} \quad (14)$$

$$0 \leq c_n \leq \frac{1}{N\alpha}, \sum_{n=1}^N c_n = 1 \quad (15)$$

式中:  $\mathbb{P}_{N,\alpha}^t$  为  $t$ 时刻的修正经验分布; 参数  $\alpha$  为修正系数, 满足  $0 < \alpha \leq 1$ , 代表对修正经验分布的修正程度, 当  $\alpha = 1$  时, 修正经验分布将变为  $P_t^{WD}$  与  $\omega_t$  的联合经验分布, 其关于  $\omega_t$  的边缘分布即为经验分布(13);  $c_n$  代表每个历史数据的权重系数, 其为优化变量而非参数。基于部分最优运输理论<sup>[23]</sup>, 优化  $c_n$  使修正经验分布到当前分布的运输成本(本文中为 Wasserstein 距离)最小, 即:

$$\mathcal{W}\left(\mathbb{P}, \mathbb{P}_{N,\alpha}^t\right) = \min_{c_n} \mathcal{W}\left(\mathbb{P}, \sum_{n=1}^N c_n \delta_{\xi_{n,t}}\right) \quad (16)$$

式中:  $c_n$  的约束条件为式(15);  $\mathbb{P}$  为概率分布函数;  $\mathcal{W}(\cdot)$  为度量两个分布间的 Wasserstein 距离。

由于 1-Wasserstein 距离具有便于转化为线性模型的优势, 本文采用 1-Wasserstein 距离度量真实分布与修正经验分布间的距离, 其定义为:

$$\mathcal{W}^1(\mathbb{P}, \mathbb{P}'_{N,\alpha}) = \min_{\Pi} \left\{ \int \|\xi_1 - \xi_2\| \Pi(d\xi_1 - d\xi_2) \right\} \quad (17)$$

式中:  $\mathcal{W}^1(\cdot)$  表示两个概率分布间的 1-Wasserstein 距离;  $\xi_1$  表示服从真实分布  $\mathbb{P}$  的随机变量;  $\xi_2$  表示服从修正经验分布  $\mathbb{P}'_{N,\alpha}$  的随机变量;  $\Pi(\cdot)$  表示  $\xi_1$  与  $\xi_2$  间的联合概率分布;  $\|\cdot\|_1$  表示向量的 1-范数。

根据上述定义, 基于 1-Wasserstein 距离构建的风电不确定性的修正模糊集为:

$$\mathcal{D}'_{\alpha,\rho} = \left\{ \mathbb{P} \in \mathcal{M}(\Xi^t) : \mathcal{W}^1(\mathbb{P}, \mathbb{P}'_{N,\alpha}) \leq \rho \right\} \quad (18)$$

式中:  $\mathcal{D}'_{\alpha,\rho}$  为  $t$  时刻的修正模糊集, 除样本数量  $N$  外含有  $\alpha$  与  $\rho$  两个参数;  $\rho$  为 Wasserstein 球半径;  $\mathcal{M}(\Xi^t)$  为在风电预测出力已知时, 预测误差在条件支撑集  $\Xi^t$  上的所有概率分布。本文将条件支撑集  $\Xi^t$  建模为盒式支撑集:

$$\Xi^t = \left\{ \xi_t : \mathbf{H}_t \boldsymbol{\omega}_t \leq \mathbf{h}_t \right\}, \quad \mathbf{H}_t = [\mathbf{I} \quad -\mathbf{I}]^\top, \mathbf{h}_t = [(\Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}})^\top \quad (-\Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}})^\top]^\top, \quad (19)$$

$$\Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}} = (\underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}} - \mathbf{P}_t^{\text{WD}}), \Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}} = \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}} - \mathbf{P}_t^{\text{WD}}$$

式中:  $\Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}}$ 、 $\Delta \underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}}$  分别为  $t$  时刻风电出力上限与下限与预测功率的差值;  $\underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}}$ 、 $\underline{\mathbf{p}}_t^{\text{WD}}$  分别为  $t$  时刻风电出力的上限与下限;  $\mathbf{I}$  为适当维度的单位矩阵。

此外, 为保证上述修正模糊集  $\mathcal{D}'_{\alpha,\rho}$  非空, 需要保证 Wasserstein 球的最小半径为<sup>[22]</sup>:

$$\rho'_{\min} = \frac{1}{N\alpha} \sum_{k=1}^{\lfloor N\alpha \rfloor} \text{dist}(\xi_{k:N,t}, \Xi^t) + \left(1 - \frac{\lfloor N\alpha \rfloor}{N\alpha}\right) \text{dist}(\xi_{\lceil N\alpha \rceil:N,t}, \Xi^t) \quad (20)$$

式中:  $\rho'_{\min}$  为  $t$  时刻 Wasserstein 球最小半径;  $\xi_{k:N,t}$  为样本中第  $k$  个距离  $\Xi^t$  最近的数据点;  $\lceil \cdot \rceil$ 、 $\lfloor \cdot \rfloor$  分别为向上、向下取整函数;  $\text{dist}(\cdot, \cdot)$  定义为  $\text{dist}(\xi_{n,t}, \Xi^t) \triangleq \inf_{\xi \in \Xi^t} \|\xi_{n,t} - \xi\|_1$ 。

综上所述, 在修正模糊集中除样本数量  $N$  外具有修正系数  $\alpha$  与 Wasserstein 球半径  $\rho$  两个参数, 其中  $\alpha$  决定修正模糊集中每个历史样本权重系数  $c_n$  的取值范围, 即模糊集的修正程度, 而  $\rho$  决定修正模糊集的保守程度。在本文算例中, 分别讨论了两种参数对于条件分布鲁棒调度结果的影响。

### 3 计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒优化调度模型

#### 3.1 约束条件

##### 3.1.1 电力系统约束

1) 功率平衡约束。

$$\sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} p_{i,t}^{TU} + \sum_{j \in \mathcal{I}^{WD}} (p_{j,t}^{WD} - v_{j,t}^{WD}) + \sum_{g \in \mathcal{I}^{CHP}} p_{g,t}^{CHP} = \sum_{k \in \mathcal{I}^{LD}} D_{k,t}^E \quad (21)$$

式中:  $p_{j,t}^{WD}$  为  $t$  时刻风电机组  $j$  的预测出力;  $p_{i,t}^{TU}$  为在风电预测出力下  $t$  时刻火电机组  $i$  的预测电功率;  $v_{j,t}^{WD}$  为  $t$  时刻风电机组  $j$  的弃风量;  $D_{k,t}^E$  为  $t$  时刻电负荷  $k$  的电需求;  $p_{g,t}^{CHP}$  为  $t$  时刻 CHP 机组  $g$  的电功率;  $\mathcal{I}^{TU}$ 、 $\mathcal{I}^{WD}$ 、 $\mathcal{I}^{CHP}$ 、 $\mathcal{I}^{LD}$  分别为火电机组、风电机组、CHP 机组、电负荷集合。

2) 火电机组出力约束。

$$p_{i,t}^{TU} + u_{i,t}^{TU} \leq \bar{P}_i^{TU}, 0 \leq u_{i,t}^{TU} \leq \bar{u}_i^{TU} \quad (22)$$

$$\underline{P}_i^{TU} \leq p_{i,t}^{TU} - d_{i,t}^{TU}, 0 \leq d_{i,t}^{TU} \leq \bar{d}_i^{TU} \quad (23)$$

式中:  $u_{i,t}^{TU}$ 、 $d_{i,t}^{TU}$  分别为  $t$  时刻火电机组  $i$  的上调、下调旋转备用容量;  $\bar{u}_i^{TU}$  为火电机组  $i$  上调旋转备用容量上限;  $\bar{d}_i^{TU}$  为火电机组  $i$  机组向下旋转备用容量上限。  $\bar{P}_i^{TU}$ 、 $\underline{P}_i^{TU}$  分别为火电机组  $i$  发电量的上限与下限。

3) 风电机组弃风量约束。

$$0 \leq v_{j,t}^{WD} \leq p_{j,t}^{WD} \quad (24)$$

4) 基于线性决策规则的预测误差平衡约束。

风电的预测误差可能会破坏电力系统的功率平衡。为平衡风电出力的不确定性, 本文通过常规热发电机组的旋转备用容量以平衡风电的预测误差, 假设火电机组根据线性决策规则<sup>[13]</sup>调整自身出力:

$$\Delta p_{i,t}^{TU} = -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{I}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} \quad (25)$$

$$p_{i,t}^{TU} = P_{i,t}^{TU} + \Delta p_{i,t}^{TU} \quad (26)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \gamma_{i,t} = 1, 0 \leq \gamma_{i,t} \leq 1 \quad (27)$$

式中:  $p_{i,t}^{TU}$  为  $t$  时刻火电机组  $i$  的实际电功率;  $\Delta p_{i,t}^{TU}$  为  $t$  时刻由于风电不确定性导致的火电机组  $i$  的调整电功率, 其中含有不确定性变量;  $\gamma_{i,t}$  为优化变量, 表示  $t$  时刻火电机组  $i$  的调整系数, 通过优化  $\gamma_{i,t}$  选取火电机组调整的最佳方案;  $\omega_{j,t}^{WD}$  为  $t$  时刻风电机组  $j$  的预测误差, 为不确定性变量。

5) 火电机组旋转备用容量约束(联合机会约束)。



$$\min_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{P} \left[ \begin{aligned} -d_{i,t}^{TU} &\leq -\gamma_{i,t} \sum_{j \in \mathcal{I}^{WD}} \omega_{j,t}^{WD} \\ &\leq u_{i,t}^{TU}, i \in \mathcal{I}^{TU} \end{aligned} \right] \geq 1 - \varepsilon^{RD} \quad (28)$$

式中  $\varepsilon^{RD}$  为旋转备用容量约束的风险系数。

6) 线路潮流约束(联合机会约束)。

$$\min_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{P} \left[ \begin{aligned} -\bar{L}_l &\leq \sum_{j \in \mathcal{I}^{WD}} M_{jl} \left( p_{j,t}^{WD} + \omega_{j,t}^{WD} - v_{j,t}^{WD} \right) \\ &+ \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} M_{il} p_{i,t}^{TU} + \sum_{g \in \mathcal{I}^{CHP}} M_{gl} p_{g,t}^{CHP} \\ &- \sum_{k \in \mathcal{I}^{LD}} M_{kl} D_{k,t}^E \leq \bar{L}_l, l \in \mathcal{I}^{line} \end{aligned} \right] \geq 1 - \varepsilon^L \quad (29)$$

式中:  $\bar{L}_l$  为线路  $l$  的最大潮流;  $\varepsilon^L$  为线路潮流约束的风险系数;  $M_{jl}$ 、 $M_{il}$ 、 $M_{gl}$ 、 $M_{kl}$  分别为风电机组  $j$ 、火电机组  $i$ 、CHP 机组  $g$ 、负荷  $l$  的转移分布因子;  $\mathcal{I}^{line}$  为电力系统线路集合。

联合机会约束(28)-(29)保证即使风电预测误差为修正模糊集中最差的分佈, 旋转备用容量与线路潮流约束仍能同时满足设定的置信水平。

7) 火电机组爬坡约束(鲁棒约束)。

爬坡约束作为机组的物理约束, 机组爬坡能力不足会严重影响系统的安全运行。因此, 本文对机组的爬坡约束采用鲁棒约束, 保证在随机变量的条件支撑集上火电机组爬坡约束始终能够得到满足:

$$\begin{aligned} -D_i^{TU} &\leq p_{i,t}^{TU} - p_{i,t-1}^{TU} \leq U_i^{TU}, \\ \forall \xi_{j,t}^{WD} \in \Xi^t, \xi_{j,t-1}^{WD} \in \Xi^{t-1} \end{aligned} \quad (30)$$

式中  $D_i^{TU}$  与  $U_i^{TU}$  分别为火电机组  $i$  爬坡能力的上限与下限。

3.1.2 区域供热系统约束

区域供热系统约束包括供热管网约束(3)-(10)、燃气锅炉约束(B1)、温度安全约束(B2)-(B3)与流量安全约束(B4)-(B5), 具体表达式见[21]中附录 B。

3.1.3 耦合设备约束

耦合设备约束包括 CHP 机组的出力约束(C1)-(C4)与爬坡约束(C5), 具体表达式见[21]中附录 C。

3.2 目标函数

计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒模型的优化目标为最小化 IEHS 的运行成本:

$$\min_{x \in X} \left\{ \sum_{t \in \mathcal{I}} \sup_{\mathbb{P}_t \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t} \left\{ \begin{aligned} &f_t^{TU}(x, \xi) + f_t^{RD}(x) \\ &+ f_t^{WD}(x) + f_t^{CHP}(x) \\ &+ f_t^{HB}(x) \end{aligned} \right\} \right\} \quad (31)$$

式中:  $f_t^{TU}(x, \xi)$  为  $t$  时刻火电机组成本, 由于在式(25)-(27)中采用火电机组的旋转备用容量平衡风电不确定性, 火电机组成本中含有调整电功率  $\Delta p_{i,t}^{TU}$  的成本, 因此火电机组成本中含不确定性变量;

$f_t^{RD}(x)$ 、 $f_t^{WD}(x)$ 、 $f_t^{CHP}(x)$ 、 $f_t^{HB}(x)$  分别为  $t$  时刻火电机组旋转备用成本、弃风惩罚成本、CHP 机组成本、燃气锅炉成本。成本函数的详细表达式见[21]中附录 D。

4 模型求解

上述电-热综合能源系统调度模型中含有随机变量与大量非线性约束, 难以直接求解。本节首先将 IEHS 调度模型转换为确定性优化模型, 其次针对转换后模型中的非线性约束, 提出自适应 McCormick 算法, 在保证可行性的条件下快速求出问题的近似最优解。

4.1 分布鲁棒模型求解

4.1.1 目标函数转换

为转化目标函数  $f_t^{TU}(x, \xi)$ , 首先采用分段线性近似方法将二次目标函数近似为分段线性函数[24]:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \left\{ \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \left[ c_{i1}^{TU} \left( p_{i,t}^{TU} \right)^2 + c_{i2}^{TU} p_{i,t}^{TU} + c_{i3}^{TU} \right] \right\} \\ = \max_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{E}_{\mathbb{P}} \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}^{TU}} \left\{ \max_{u \leq U} \left\{ d_{iu}^{TU} p_{i,t}^{TU} + e_{iu}^{TU} \right\} \right\} \right\} \end{aligned} \quad (32)$$

式中:  $c_{i1}^{TU}$ 、 $c_{i2}^{TU}$ 、 $c_{i3}^{TU}$  为火电机组的成本系数;  $d_{iu}^{TU}$ 、 $e_{iu}^{TU}$  均为分段成本函数的系数;  $U$  为分段成本函数的分段数量。分段线性目标函数(32)可基于强对偶性转化为线性目标函数(E9)与一组线性约束(E10)-(E21)[23], 详细推导与表达式见[21]中附录 E。

4.1.2 联合机会约束转换

在联合机会约束中, 不存在不同调度周期期间的耦合, 其一般形式可写为:

$$\min_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{P} \left[ \max_{r \leq R} \mathbf{a}_r(\mathbf{Y}_t)^\top \boldsymbol{\omega}_t \leq \mathbf{b}_r(\mathbf{y}_t) \right] \geq 1 - \varepsilon \quad (33)$$

式中:  $\mathbf{y}_t$  为  $t$  时刻由变量  $(p_{i,t}^{TU}, p_{i,t}^{CHP}, u_{i,t}^{TU}, d_{i,t}^{TU}, v_{j,t}^{WD})$  组成的向量;  $\mathbf{Y}_t$  为  $t$  时刻由火电机组调整系数  $\gamma_{i,t}$  组成的向量;  $\mathbf{a}_r$ 、 $\mathbf{b}_r$  均为系数矩阵;  $\varepsilon$  为风险系数。

联合机会约束(33)通常难以直接求解, 因此采用 CVaR 将联合机会约束(33)近似为:

$$\sup_{\mathbb{P} \in \mathcal{D}_{\alpha, \rho}^t} \mathbb{P} - \text{CVaR}_\varepsilon \left( \max_{r \leq R} \mathbf{a}_r(\mathbf{Y}_t)^\top \boldsymbol{\omega}_t - \mathbf{b}_r(\mathbf{y}_t) \right) \leq 0 \quad (34)$$

式(34)可转换为一组线性约束(F4)[23], 详细推导过程及表达式见[21]中附录 F。

4.1.3 鲁棒约束转换

鲁棒约束(30)可以等效转换为一组线性约束(G5), 详细推导过程及表达式见[21]中附录 G。

4.2 非线性约束求解

经上节转化后, IEHS 调度模型转化为含非线性约束的确定性模型。在本节中, 提出自适应

McCormick 算法, 在保证可行性的条件下快速求出非线性模型的近似最优解。

#### 4.2.1 DHS 模型重构

引入变量  $H_{b,t,s}^{PS}$ ,  $H_{b,t,s}^{PR}$ ,  $H_{n,t}^{NS}$ ,  $H_{n,t}^{NR}$ , 将确定性的 IEHS 调度模型重构为:

$$\min F_N(x_N) \quad (35a)$$

$$s.t. g(x_N) = 0, h(x_N) \leq 0, \quad (35b)$$

$$H_{b,t,s}^{PS} = m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,s}^{PS}, H_{b,t,s}^{PR} = m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,s}^{PR} \quad (35c)$$

$$H_{n,t}^{NS} = m_{n,t}^N \cdot \tau_{n,t}^{NS}, H_{n,t}^{NR} = m_{n,t}^N \cdot \tau_{n,t}^{NR} \quad (35d)$$

式中:  $x_N$  为 IEHS 重构模型中的决策变量;  $F_N(\bullet)$  为重构模型中的目标函数;  $g(\bullet)$  为重构模型中的线性等式约束;  $h(\bullet)$  为重构模型中的线性不等式约束。

#### 4.2.2 自适应 McCormick 算法

对于含双线性项的非线性约束, McCormick 包络是一种经典的凸松弛方法, McCormick 包络原理如图 3 中左图所示。以约束(35c)中的供水管道约束为例, 其 McCormick 包络可以表示为<sup>[25]</sup>:

$$\text{Mc}(H_{b,t,s}^{PS} = m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,s}^{PS}) \triangleq \begin{cases} H_{b,t,s}^{PS} \geq \underline{m}_b^P \tau_{b,t,s}^{PS} + m_{b,t}^P \underline{\tau}_b^{PS} - \underline{m}_b^P \underline{\tau}_b^{PS}, \\ H_{b,t,s}^{PS} \geq \overline{m}_b^P \tau_{b,t,s}^{PS} + m_{b,t}^P \overline{\tau}_b^{PS} - \overline{m}_b^P \overline{\tau}_b^{PS}, \\ H_{b,t,s}^{PS} \leq \underline{m}_b^P \tau_{b,t,s}^{PS} + m_{b,t}^P \underline{\tau}_b^{PS} - \underline{m}_b^P \underline{\tau}_b^{PS}, \\ H_{b,t,s}^{PS} \leq \overline{m}_b^P \tau_{b,t,s}^{PS} + m_{b,t}^P \overline{\tau}_b^{PS} - \overline{m}_b^P \overline{\tau}_b^{PS} \end{cases} \quad (36)$$

式中:  $\text{Mc}(\bullet)$  定义为非线性约束的 McCormick 包络;  $\overline{(\bullet)}$ 、 $\underline{(\bullet)}$  分别为该变量的上限与下限。

将(35c)-(35d)采用 McCormick 包络后, 线性约束模型(35)可表述为:

$$\min F_N(x_N) \quad (37a)$$

$$s.t. g(x_N) = 0, h(x_N) \leq 0, \quad (37b)$$

$$\text{Mc}(H_{b,t,s}^{PS} = m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,s}^{PS}), \text{Mc}(H_{b,t,s}^{PR} = m_{b,t}^P \cdot \tau_{b,t,s}^{PR}), \quad (37c)$$

$$\text{Mc}(H_{n,t}^{NS} = m_{n,t}^N \cdot \tau_{n,t}^{NS}), \text{Mc}(H_{n,t}^{NR} = m_{n,t}^N \cdot \tau_{n,t}^{NR})$$

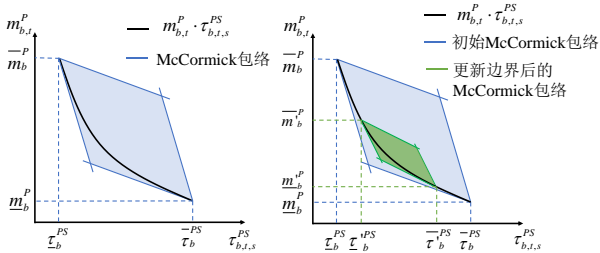


图 3 原始 McCormick 与自适应 McCormick 算法示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the original McCormick algorithm and adaptive McCormick algorithm

由于原始 McCormick 算法是非线性约束的凸松弛, 因此模型(37)最优解实际为模型(35)最优解的下界。然而, 模型(37)与模型(35)最优解之间可能存在较大的松弛间隙, 导致优化结果精度较差, 甚至造成调度结果在实际中不可行。

由图 3 可知, 原始 McCormick 算法的松弛间隙与其边界范围密切相关, 受[7]、[26]中迭代算法启发, 本文提出了一种自适应 McCormick 算法, 通过迭代, 不断紧缩 McCormick 包络的边界范围, 从而获得质量更高的可行解。自适应 McCormick 算法的示意图如图 3 右图所示, 其伪代码如表 1 所示。

在自适应 McCormick 算法中, 步骤 1 中输入收敛判据  $\delta$ , 收缩因子  $\kappa$ 、 $\mu$ , 质量流量范围  $\underline{m}_{b,t}^P$ 、 $\overline{m}_{n,t}^N$ 、 $\underline{m}_{b,t}^P$ 、 $\overline{m}_{n,t}^N$ , 温度范围  $\underline{\tau}_{b,t,s}^{PS}$ 、 $\underline{\tau}_{b,t,s}^{PR}$ 、 $\underline{\tau}_{n,t}^{NS}$ 、 $\underline{\tau}_{n,t}^{NR}$ 、 $\overline{\tau}_{b,t,s}^{PS}$ 、 $\overline{\tau}_{b,t,s}^{PR}$ 、 $\overline{\tau}_{n,t}^{NS}$ 、 $\overline{\tau}_{n,t}^{NR}$ 。步骤 2 初始化最优值上界  $\overline{obj}$  与下界  $\underline{obj}$  及迭代次数  $n$ 。步骤 3 至步骤 17 为一个循环迭代过程, 通过求解式(37)不断更新最优值下界, 同时通过固定质量流量  $m_{NP}$ , 求解式(35)不断更新目标函数的上界。当最优值上界与下界的相对误差满足设定的收敛判据  $\delta$  时, 停止迭代, 输出最优解。由于最终输出解为步骤 5 中固定质量流量后求解原问题(35)获得, 必然能够保证调度方案在原问题(35)中的可行性, 这是自适应 McCormick 算法和原始 McCormick 算法的一个显著区别。

表 1 自适应 McCormick 算法伪代码

Tab. 1 The pseudo code of adaptive McCormick algorithm

1:	输入: $\delta, \kappa, \mu, \underline{m}_{b,t}^P, \overline{m}_{n,t}^N, \underline{m}_{b,t}^P, \overline{m}_{n,t}^N, \underline{\tau}_{b,t,s}^{PS}, \underline{\tau}_{b,t,s}^{PR}, \underline{\tau}_{n,t}^{NS}, \underline{\tau}_{n,t}^{NR}, \overline{\tau}_{b,t,s}^{PS}, \overline{\tau}_{b,t,s}^{PR}, \overline{\tau}_{n,t}^{NS}, \overline{\tau}_{n,t}^{NR}$
	初始化: $\overline{obj} \leftarrow 10^{10}, \underline{obj} \leftarrow 0, n \leftarrow 1$
2:	定义: $m_{NP} \triangleq [m_{b,t}^P, m_{n,t}^N], \forall n, b, t$ 定义: $\tau_{NP} \triangleq [\tau_{b,t,s}^{PS}, \tau_{b,t,s}^{PR}, \tau_{n,t}^{NS}, \tau_{n,t}^{NR}], \forall n, b, t, s$
3:	while $(\overline{obj} - \underline{obj}) / \overline{obj} \geq \delta$ do
4:	求解凸模型(37), 获得最优解 $x_N^*, obj^*$ , 令 $\underline{obj} \leftarrow obj^*$
5:	固定 $m_{NP} = m_{NP}^*$ , 求解线性模型(35)
6:	if 模型(35)可行
7:	获得 $x_N^*, obj^*$ , 令 $\overline{obj} = obj^*, x_N \leftarrow x_N^*$
8:	else
9:	采取二分搜索算法, 获得 $x_N^*, obj^*$ , 令 $\overline{obj} \leftarrow obj^*, x_N \leftarrow x_N^*$
10:	end
11:	$\underline{m}_{NP} \leftarrow \max\{(1-\kappa)m_{NP}^*, \underline{m}_{NP}\}$
12:	$\overline{m}_{NP} \leftarrow \min\{(1+\kappa)m_{NP}^*, \overline{m}_{NP}\}$
13:	$\underline{\tau}_{NP} \leftarrow \max\{(1-\kappa)\tau_{NP}^*, \underline{\tau}_{NP}\}$
14:	$\overline{\tau}_{NP} \leftarrow \min\{(1+\kappa)\tau_{NP}^*, \overline{\tau}_{NP}\}$



```

15:    $\kappa \leftarrow \kappa - \mu$ 
16:    $n \leftarrow n + 1$ 
17:   end
18:   输出:  $x_N^*$ ,  $obj^*$ 

```

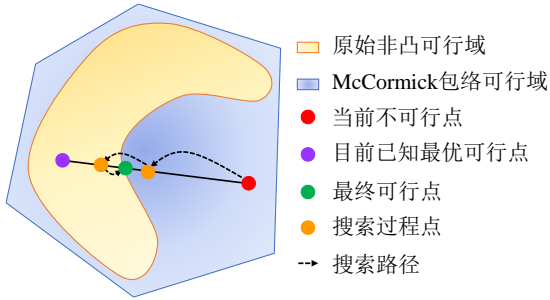


图4 二分搜索算法示意图

Fig. 4 Illustration of the binary search algorithm

在步骤 5 中固定质量流量  $m_{NP}$  后, 式(35)可能存在不可行问题, 无法获得目标函数上界。为此, 本文提出二分搜索算法用于恢复原始模型的可行解。二分搜索算法的原理示意图如图 4 所示, 其伪代码详见[21]中附录 H。此外, 二分搜索算法可以通过并行计算以进一步节省整体计算时间。

## 5 算例分析

### 5.1 算例设置

在本文中, 通过 2 个规模不同的电-热综合能源系统验证所提方法的有效性。测试系统 I 为 6 节点 EPS 与 6 节点 DHS 耦合而成的小规模 IEHS, 测试系统 II 为以东北某城市实际 IEHS 为基础的城市级别 IEHS<sup>[27]</sup>。算例程序基于 MATLAB2020a 与 YALMIP 工具包编写, 求解器为 Gurobi, 硬件环境为 Intel Core i7-11700 CPU @ 2.50GHz, 16 GB RAM。

在算例中, 风电机组出力数据来自 2012 年至 2013 年澳大利亚东南部风电机组出力数据<sup>[28]</sup>。风电机组预测误差的不确定性依照文献[17]中提出的 Beta 分布模型构建, 对于给定的风电预测出力  $P_{j,t}^{WD}$ , 其预测误差的标准差被建模为  $\sigma_{j,t}^{WD} = 0.2P_{j,t}^{WD} + 0.02$ , 其预测出力与预测误差联合概率分布如图 1 所示。旋转备用约束与线路潮流联合机会约束的风险系数均设置为 10%, 修正系数  $\alpha$  取  $\lfloor N^{0.9} \rfloor / N$ , 调度时长为 24h, 调度间隔为 1h。

#### 5.2.6 节点 EPS 与 6 节点 DHS

测试系统 I 的结构如[21]中附录 I 中图 II 所示, 由 6 节点 EPS 和 6 节点 DHS 耦合而成。IEHS 中包含 1 个风电机组, 2 个火电机组, 1 个 CHP 机组, 1 个燃气锅炉, 2 个电负荷及 3 个热负荷, 系统详细参数见[29]。

在下文中, 首先验证了使用条件分布鲁棒的优越性, 然后验证可变流量调节模式的优越性及自适应 McCormick 算法的有效性。

#### 5.2.1 条件分布鲁棒有效性测试

为验证本文提出的条件分布鲁棒模型的优越性, 本文设置了两种分布鲁棒模型, 分别研究其样本外性能与调度决策。模型 I 为本文提出基于修正模糊集的条件分布鲁棒模型, 下文中称为 TDRO。模型 II 为文献[16]中提出的以经验分布为中心的传统分布鲁棒模型, 下文中称为 WDRO, 该分布鲁棒模型将所有风电预测误差信息纳入模糊集中, 而不考虑风电预测出力与其预测误差信息的内在依赖性。

在本节中, 选取历史数据样本  $N=50$  作为分布鲁棒中模糊集的构建样本, 同时另选取  $M=20000$  个独立历史数据样本作为测试样本, 测试分布鲁棒优化调度策略的样本外性能, 即样本外成本与样本外经验联合机会约束违反概率 (empirical joint violation probability, EJVP)<sup>[16]</sup>。

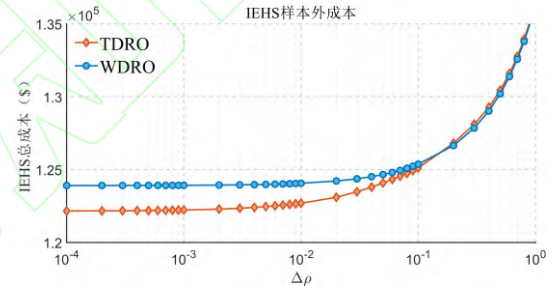


图5 TDRO 与 DRO 的样本外成本

Fig. 5 Out-of-sample cost of TDRO and WDRO

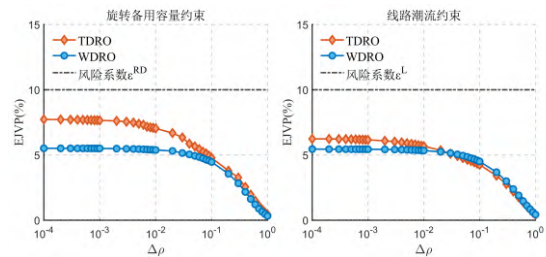


图6 TDRO 与 DRO 的样本外 EJVP

Fig. 6 Out-of-sample EJVP of TDRO and WDRO

在不同的鲁棒参数下, 两种分布鲁棒优化结果的样本外成本及 EJVP 分别如图 5 与图 6 所示。图中横坐标  $\Delta\rho$  为两种模糊集的鲁棒参数, 在 WDRO 中  $\Delta\rho$  为 Wasserstein 球的半径  $\rho$ , 在 TDRO 中  $\Delta\rho$  为超过最小半径  $\rho_{\min}^i$  的距离, 即  $\Delta\rho = \rho - \rho_{\min}^i$ 。

结合图 5 与图 6 可知, 随着  $\Delta\rho$  的增加, TDRO 与 WDRO 的样本外成本都逐渐增大, 而两个联合机会约束的样本外 EJVP 都逐渐减小, 这同预期结果相符。其原因为随着  $\Delta\rho$  的增加, 分布鲁棒将更

多的概率分布纳入决策中,产生更为保守的调度策略。另一方面,在 $\Delta\rho$ 较小时,由于TDRO中采用的修正模糊集能够更好预测当前风电预测出力下的条件分布,因而能够在满足可靠性的同时,产生比WDRO更低的调度成本。当 $\Delta\rho=10^{-3}$ 时,与WDRO相比,TDRO能够节省1.4%调度总成本。随着 $\Delta\rho$ 的增加,调度决策的保守性逐渐增强,调度成本迅速增大,修正模糊集产生的优势逐渐降低,在 $\Delta\rho=1$ 时,两种模型的样本外性能基本相同。

此外,本文研究了TDRO与WDRO对于旋转备用容量的影响。图7中显示了在两种模型中,电力系统的总向上与向下旋转备用容量随 $\Delta\rho$ 的变化趋势。从图7可以看出,随着鲁棒参数 $\Delta\rho$ 的增加,TDRO与WDRO的旋转备用容量都逐渐增加,这表明系统将预留更多的旋转备用容量用以平衡风电出力的不确定性带来的影响。在 $\Delta\rho$ 较小时,TDRO的样本外成本(图5)与总旋转备用容量(图7)都比WDRO有所减少,而两个样本外EJVP(图7)都在满足风险系数的前提下有所增加,这一现象表明,通过将预测出力信息纳入到模糊集中,TDRO模型将在满足可靠性的前提下将提供鲁棒性更低、经济效益更强的调度策略。

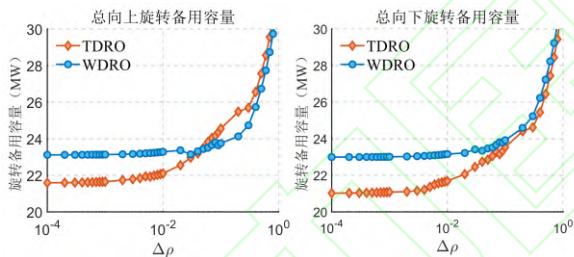


图7 TDRO与WDRO的总向上与向下旋转备用容量  
Fig. 7 Total upward and downward reserve capacity of TDRO and WDRO

为研究不同修正系数 $\alpha$ 对调度结果的影响,本文固定 $\Delta\rho=10^{-3}$ ,测试在不同IEHS的样本外成本、样本外旋转备用容量联合机会约束违反概率(EJVP-R)、样本外线路潮流联合机会约束违反概率(EJVP-L),结果如表2所示。

表2 不同修正系数的样本外性能

Table 2 Out-of-sample formance under different trim coefficient

$\alpha$	1	0.8	0.6	0.4
样本外成本/\$	123923.3	122422.8	122043.9	120676.8
EJVP-R/%	5.50	7.17	7.79	11.07
EJVP-L/%	5.43	5.65	6.30	7.73

从表2中可以看出,随着修正系数的减小,在修正经验分布中历史数据权重系数偏移程度增加,使修正经验分布更有可能成为当前预测出力下的条件

概率分布,样本外成本逐渐降低。然而,当修正系数过小时,可能导致某些历史样本数据的权重系数过大,在历史样本数量 $N$ 较小时下无法保证调度结果的可靠性。 $\alpha$ 的取值与历史数据样本数量 $N$ 密切相关,参考文献[23],在本文中选取 $\alpha$ 为 $\lfloor N^{0.9} \rfloor / N$ 。

### 5.2.2 可变流量调节模式有效性测试

为测试可变流量调节模式的优越性,本文对比了恒定流量与可变流量两种调节模式下的调度结果。在这两种调节模式中,鲁棒参数均设置为 $\Delta\rho=10^{-3}$ 。

表3 不同调节模式的调度成本

Table 3 Cost under different adjustment modes

调节模式	可变流量调节模式	恒定流量调节模式
总成本/\$	122422.8	123748.0
DHS成本/\$	25040.8	26365.9

在两种调节模式下,IEHS的整体调度成本如表3所示。从表中可知,相比于恒定流量调节模式,在可变流量调节模式下IEHS的总体调度成本降低1.1%,DHS调度成本降低5.0%,这说明了可变流量调节模式的优越性。

首先,为研究本文模型与节点法模型在计算精度与求解时间方面差异,本文采用6节点系统中单根供水管道I(连接节点1与2的管道),手动调节入口温度与流量,测试24h调度中管道出口处温度。仿真结果如图8所示。

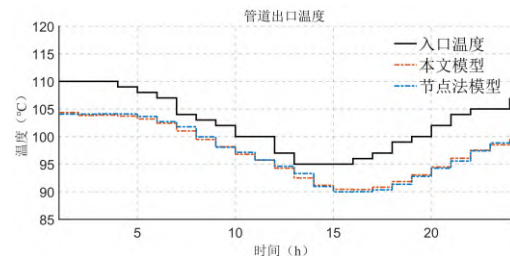


图8 本文模型与节点法模型出口温度

Fig. 8 The outlet temperature of the proposed model and the node method model

从图8可以看出,本文所用模型与节点法模型的出口温度偏差很小,平均偏差为0.36%,能够满足多时段调度的计算需求。此外,节点法的计算时间为0.176s,而本文所用模型的计算时间为0.077s,相比节点法提高约56%,证明了本文所用模型的效率较节点法模型更高。

同时,为探究在一阶隐式迎风格式中管道划分精度对IEHS系统的调度结果与求解时间的影响,在本文中分别采用不同管段划分数目进行仿真,结果如图9所示。

由图 9 可知,随着管段划分数目的增加,IEHS 调度成本逐步增加且增加速度逐渐减小,模型求解时间虽稍有波动,但整体为增大趋势。此外,在管段划分数目为 4 段或 5 段时,调度成本增长速率明显放缓,由 4 段增加至 5 段时,调度成本增长速率已小于总调度成本的 0.1%。因此在本文中,选择将每条热力管道划分为 4 管段。

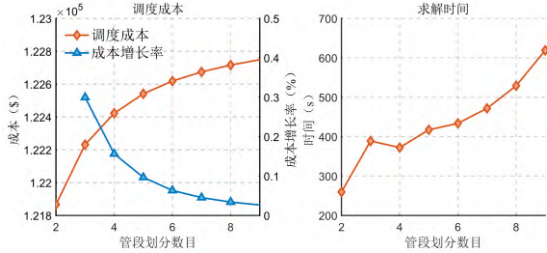


图 9 不同精度下调度成本与求解时间

Fig. 9 Cost and solver time under different accuracy

为研究可变流量调节模式的对 IEHS 调度策略的影响,图 10 显示了一天中不同时刻 IEHS 的各机组的热功率。同时,以算例中管道 I 为例,研究一天各个时段中管道的流量变化,管道 I 中各个时段的质量流量如图 11 所示。

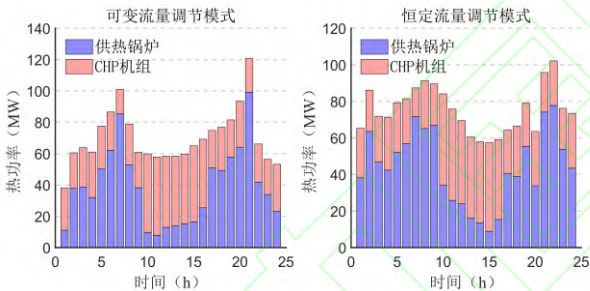


图 10 不同调节模式各机组的热功率

Fig. 10 Heat power of units under different adjustment modes

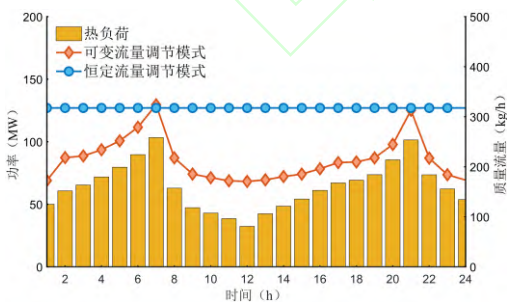


图 11 不同调节模式的管道 I 中质量流量

Fig. 11 Mass flow in pipeline I under different adjustment modes

从图 11 中可以看出,由于恒定流量调节模式在一天中流量恒定,因此流量必须满足一天中最大负荷时的需求量(07:00 与 21:00),本算例选取能够满足一天负荷的最小流量。当热负荷较低时,采用较

高的流量会导致能量流动过程中的损失提高,造成能源浪费与成本提升。相比之下,可变流量调节模式在热负荷需求较低时,通过减小流量,减少在流动过程的能量损失,从而提高能源的利用效率,降低 IEHS 的运行成本。图 10 的调度策略同样表明,在热负荷较小在 00:00-05:00、08:00-13:00、22:00-24:00 时段,在可变流量调节模式下,由于热水在流动过程中的能量损失减少,由 CHP 机组与燃气锅炉产生的总热功率显著降低,从而降低调度成本。

此外,为验证本文提出的自适应 McCormick 算法的有效性,将自适应 McCormick 算法同原始 McCormick 算法<sup>[25]</sup>、分段 McCormick 算法<sup>[30]</sup>、紧缩 McCormick 算法<sup>[7]</sup>的进行比较,其计算结果如表 4 所示,表中“IPOPT”行为采用 IPOPT 求解器直接求解非线性模型的结果,表中“约束违反比”列为调度结果违反的双线性约束的数量与双线性约束总数的比值,自适应 McCormick 算法中的参数设置为  $\delta = 10^{-6}$ ,  $\kappa = 0.02$ ,  $\mu = 0.01$ 。

表 4 不同算法的性能比较

Table 4 Performance comparison of different algorithms

算法	总成本/\$	误差/%	时间/s	约束违反比/%
IPOPT	122422.8	—	372.3	0
原始 McCormick	112930.3	7.75	8.61	87.7
分段 McCormick	—	—	>500	—
紧缩 McCormick	不可行	—	—	—
自适应 McCormick	122499.0	0.06	32.55	0

从表 4 中可以看出,与直接求解相比,所提自适应 McCormick 算法能够将求解时间提升 11.4 倍,与全局最优解的误差仅为 0.06%,同时,所求得的调度策略的约束违反比为 0%,在实际中具有可行性。原始 McCormick 算法虽然求解快速,但由于可变流量调度模式下存在大量非线性约束,原始 McCormick 算法与最优解的相对误差为 7.73%,此外,由于 McCormick 算法为凸松弛算法,其解的非线性约束违反比达到 87.7%,该调度策略在实际中并不可行。分段 McCormick 算法引入大量整数变量,求解时间更为缓慢,同时也存在和原始 McCormick 算法类似的实际不可行问题。紧缩 McCormick 算法在本算例中,在恢复可行解的过程存在不可行问题,无法获得最优解。总之,所提的自适应 McCormick 算法计算表现更优。



### 5.3 城市级别 IEHS

为进一步验证本文提出的自适应 McCormick 算法的有效性, 本节选取 19 节点输电系统与 67 节点 DHS 耦合而成的城市级别 IEHS 进行仿真。仿真系统包含 2 个风力机组, 14 个火电机组, 3 个 CHP 机组, 3 个燃气锅炉, 以 2h 为调度间隔, 详细参数见文献[29]。分别采用自适应 McCormick 算法、原始 McCormick 算法、紧缩 McCormick 算法对调度时间为 12h 与 24h 的仿真系统求解, 自适应 McCormick 算法参数与上小节相同。仿真结果分别如表 5、6 所示。

由表 5、6 可以看出, 在本算例中, 12h 调度 IPOPT 求解器需要约 1.9h 的计算时间, 而 24h 调度 IPOPT 求解器 5h 内无法获得最优解, 无法满足实际调度需求。原始 McCormick 方法与紧缩 McCormick 算法仍然存在上一节出现的问题。相比之下, 自适应 McCormick 算法分别仅需 60.3s 与 166.3s 即可完成计算, 能够将求解速度提升 100 倍以上。此外, 自适应 McCormick 算法在 12h 中与全局最优解的误差仅为 0.056%, 且无约束违反, 保证了调度结果的可行性与最优性。

表 5 12 小时 IEHS 中不同算法的性能比较

**Tab. 5 Performance comparison of different algorithms in 12 hours dispatch**

算法	总成本/\$	误差/%	时间/s	约束违反比/%
IPOPT	480609.0	—	6884.5	0
原始 McCormick	348325.4	27.28	7.43	95.14
紧缩 McCormick	不可行	—	—	—
自适应 McCormick	480340.2	0.056	60.3	0

表 6 24 小时 IEHS 中不同算法的性能比较

**Tab. 6 Performance comparison of different algorithms in 24 hours dispatch**

算法	总成本/\$	时间/s	约束违反比/%
IPOPT	—	>18000	—
原始 McCormick	731513.6	22.8	95.19
紧缩 McCormick	不可行	—	—
自适应 McCormick	1005239.1	166.3	0

## 6 结论

针对 IEHS 的调度决策问题, 本文提出了计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒多时段调度模型与高效求解算法, 主要结论如下:

1) 在 IEHS 模型方面, 本文提出了计及可变流量调节模式的 IEHS 条件分布鲁棒优化调度模型,

所提模型能够对风电的不确定性精确建模, 同时充分挖掘 DHS 管道的灵活性, 提高能源的利用效率, 在保证调度结果可靠性同时, 降低 IEHS 运行成本。

2) 在求解算法方面, 自适应 McCormick 算法可以在保证可行性的前提下快速求出非线性模型的近似最优解, 最优间隙小于千分之一。

此外, 虽然在实际中通过滚动不断更新风电机组的出力预测, 但滚动调度中存在若干预测域, 仍需求解多时段调度模型, 因此仍有必要采用本文中提出的条件分布鲁棒模型, 以保证调度结果的安全性与最优性。

需要指出的是, 本文采用集中管理方式, 并未涉及 EPS 与 DHS 间不同主体的管理与运行。在后续的研究中, 需进一步构建高效分布式算法, 实现 IEHS 中 EPS 与 DHS 的快速分布式协同运行。

## 参考文献

- [1] 杨经纬, 张宁, 王毅, 等. 面向可再生能源消纳的多能源系统: 述评与展望[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(4): 11-24.  
YANG Jingwei, ZHANG Ning, WANG Yi, et al. Multi-energy System Towards Renewable Energy Accommodation: Review and Prospect[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(4): 11-24(in Chinese).
- [2] 张沈习, 王丹阳, 程浩忠, 等. 双碳目标下低碳综合能源系统规划关键技术及挑战[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(8): 189-207.  
ZHANG Shenxi, WANG Danyang, CHENG Haozhong, et al. Key Technologies and Challenges of Low-carbon Integrated Energy System Planning for Carbon Emission Peak and Carbon Neutrality[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(8): 189-207(in Chinese).
- [3] 邢家维, 孙树敏, 程艳, 等. 综合能源系统多能流建模和仿真技术综述[J]. 山东电力技术, 2022, 49(6): 1-7.  
XING Jiawei, SUN Shumin, CHENG Yan, et al. Review on multi-energy system flow modeling and simulation technology for integrated energy system[J]. Shandong Electric Power, 2022, 49(6): 1-7(in Chinese).
- [4] XUE Yixun, LI Zhengshuo, LIN Chenhui, et al. Coordinated dispatch of integrated electric and district heating systems using heterogeneous decomposition[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2019, 11(3): 1495-1507.
- [5] LI Zhigang, WU Wenchuan, Shahidehpour M, et al. Combined heat and power dispatch considering pipeline energy storage of district heating network[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2015, 7(1): 12-22.

- [6] 栗海润, 穆云飞, 贾宏杰, 等. 考虑量化储热的多区域电-热综合能源系统优化调度[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(S1): 16-27.  
SU Hairun, MU Yunfei, JIA Hongjie, et al. Optimal Scheduling of Multi-regional Integrated Power and Heating System Considering Quantified Thermal Storage [J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(S1): 16-27(in Chinese).
- [7] DENG Lirong, SUN Hongbin, LI Baoju, et al. Optimal Operation of Integrated Heat and Electricity Systems: A Tightening McCormick Approach[J]. Engineering, 2021, 7(8): 1076-1086.
- [8] HUANG Shaojun, TANG Weichu, WU Qiuwei, et al. Network constrained economic dispatch of integrated heat and electricity systems through mixed integer conic programming[J]. Energy, 2019, 179: 464-474.
- [9] WU Xuewei, FANG Jiakun, CHEN Zhe. Distributionally robust unit commitment of integrated electricity and heat system under bi-directional variable mass flow[J]. Applied Energy, 2022, 326: 119788.
- [10] LU Shuai, GU Wei, CUO Zhang, et al. Hydraulic-thermal cooperative optimization of integrated energy systems: A convex optimization approach[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(6): 4818-4832.
- [11] 杨秀, 汤金璋, 刘方, 等. 流量自适应方式下考虑热管道虚拟储能的电热能源系统优化调度[J/OL]. 中国电机工程学报: 1-15[2022-11-15]. DOI: 10.13334/j.0258-8013.  
YANG Xiu, TANG Jinzhang, LIU Fang, et al. Optimal Scheduling of Electrothermal Integrated Energy System Considering Virtual Energy Storage of Thermal Pipelines in Flow Adaptive Mode [J/OL]. Proceedings of the CSEE: 1-15[2022-11-15]. DOI: 10.13334/j.0258-8013(in Chinese).
- [12] ZHOU Yizhou, MOHAMMAD S, WEI Zhinong, et al. Distributionally robust unit commitment in coordinated electricity and district heating networks[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 35(3): 2155-2166.
- [13] YANG Lun, XU Yinliang, ZHOU Jianguo, et al. Distributionally Robust Frequency Constrained Scheduling for an Integrated Electricity-Gas System[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(4): 2730-2743.
- [14] CAO Yang, WEI Wei, CHEN Lajun, et al. Supply inadequacy risk evaluation of stand-alone renewable powered heat-electricity energy systems: a data-driven robust approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2020, 17(3): 1937-1947.
- [15] 曾捷, 童晓阳, 范嘉乐. 计及需求响应不确定性的电气耦合配网系统动态分布鲁棒优化[J]. 电网技术, 2022, 46(5): 1877-1888.  
ZENG Jie, TONG Xiaoyang, FAN Jiale. Dynamic Distributionally Robust Optimization of Integrated Electric-gas Distribution System Considering Demand Response Uncertainty [J]. Power System Technology, 2022, 46(5): 1877-1888(in Chinese).
- [16] ORDOUDIS C, NGUYEN V A, KUHN D, et al. Energy and reserve dispatch with distributionally robust joint chance constraints[J]. Operations Research Letters, 2021, 49(3): 291-299.
- [17] FABBRI A, ROMAN T G S, ABBAD J R, et al. Assessment of the cost associated with wind generation prediction errors in a liberalized electricity market[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(3): 1440-1446.
- [18] WANG Yaran, YOU Shijun, ZHANG Huan, et al. Thermal transient prediction of district heating pipeline: Optimal selection of the time and spatial steps for fast and accurate calculation[J]. Applied Energy, 2017, 206: 900-910.
- [19] 赵俊锁, 贾健龙. 供热系统运行质调节和量调节的分析比较[J]. 区域供热, 2013(1): 81-84.  
ZHAO Junsuo, JIA Jianlong. Analysis and Comparison of Quality and Quantity Regulation of Heating System Operation[J]. District Heating, 2013(1): 81-84(in Chinese).
- [20] DUQUETTE J, ROWE A, WILD P. Thermal performance of a steady state physical pipe model for simulating district heating grids with variable flow[J]. Applied Energy, 2016, 178: 383-393.
- [21] 附录-计及可变流量调节模式的电热综合能源系统条件分布鲁棒优化调度[OL]. <https://github.com/Yang123147/Appendix>.
- [22] ESTEBAN-PÉREZ A, MORALES J M. Distributionally robust stochastic programs with side information based on trimmings[J]. Mathematical Programming, 2022, 195(1): 1069-1105.
- [23] ESTEBAN-PÉREZ A, MORALES J M. Distributionally robust optimal power flow with contextual information[J]. European Journal of Operational Research, 2023, 306(3): 1047-1058.
- [24] MAGNANI A, BOYD S P. Convex piecewise-linear fitting[J]. Optimization and Engineering, 2009, 10(1): 1-17.
- [25] MCCORMICK G P. Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part I—Convex underestimating problems[J]. Mathematical programming, 1976, 10(1): 147-175.
- [26] JIANG Yibao, WAN Can, BOTTERUD A, et al. Convex relaxation of combined heat and power dispatch[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2020, 36(2): 1442-1458.
- [27] QIN Xin, SHEN Xinwei, GUO Ye, et al. Combined electric and heat system testbeds for power flow analysis and economic dispatch[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2020, 7(1): 34-44.

- [28] DOWELL J, PINSON P. Very-short-term probabilistic wind power forecasts by sparse vector autoregression[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 7(2): 763-770.
- [29] Data of two integrated electricity and heat systems in case studies[OL]. <https://github.com/Yang123147/Case-6-and-24>.
- [30] KARUPPIAH R, GROSSMANN I E. Global optimization for the synthesis of integrated water systems in chemical processes[J]. Computers & Chemical Engineering, 2006, 30(4): 650-673.

---

作者简介:



杨畅

杨畅(1998), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为综合能源系统协同优化调度, yangchang@mail.sdu.edu.cn;

\*通信作者: 李正烁(1988), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 电力系统优化调度, 综合能源系统协同优化调度, zsli@sdu.edu.cn

(责任编辑 李小丫)



## Conditional Distributionally Robust Optimization of Integrated Electricity and Heat Systems with Variable Flow Regulation Modes

YANG Chang, LI Zhengshuo\*

(School of Electrical Engineering, Shandong University, Jinan 250061, Shandong Province, China)

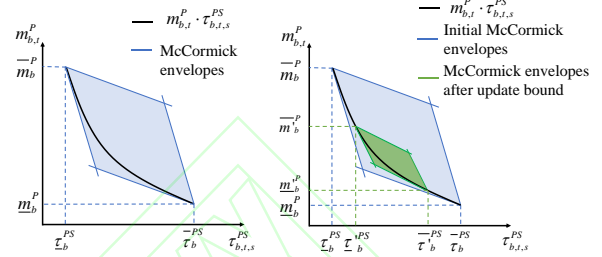
**KEY WORDS:** integrated electricity and heat system; distributionally robust optimization; variable flow regulation mode; McCormick relaxation; joint chance constraints

Integrated Electricity and Heat System (IEHS) can effectively promote renewable energy accommodation. Accurately modelling the IEHS dispatch problem is vital to secure the IEHS operation and maximize its value in accommodating renewable energy.

However, most existant studies neglect the intrinsic dependence between the renewable energy forecast error and its forecasted output information. This issue may not guarantee the security and optimization of dispatch results. In addition, most studies also neglect the variable flow regulation modes, which can further exploit the flexibility of the district heating system, as well as promote renewable energy accommodation.

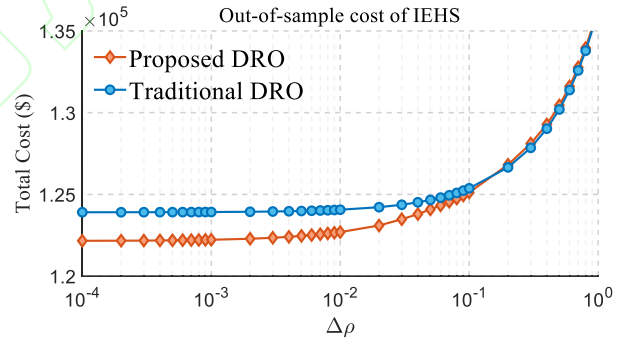
To resolve the above issues, in this paper, we first establish a conditional distributionally robust optimization model of IEHSs with variable flow regulation modes, which has two main improvements over the extant studies. Firstly, this paper establishes a conditional distributionally robust optimization by adopting the trim ambiguity set to model the intrinsic dependence between the renewable energy forecast error and its forecasted output information. Secondly, we establish an IEHS model with variable flow regulation modes based on the energy conservation equation and the one-order implicit upwind method.

To solve the proposed model with random variables and bilinear constraints, in this paper, we first transform the model with random variables into a deterministic model through the duality theory and conditional value at risk approximation approach. Next, we propose an adaptive McCormick algorithm to solve the model with bilinear constraints, as shown in Fig. 1. In the adaptive McCormick algorithm, an objective lower bound is first obtained from the original McCormick algorithm. Meanwhile, an objective upper bound is obtained by fixing one of the variables of bilinear terms. In addition, we embed a binary search algorithm into the adaptive McCormick algorithm to solve the infeasible problem after fixing variables. Specifically, the final solution in the adaptive McCormick algorithm must be a feasible solution to the original problem, which is a significant difference from the original McCormick algorithm.



**Fig. 1 Schematic diagram of the original McCormick algorithm and adaptive McCormick algorithm**

As shown in Fig. 2 and Tab. 1, the proposed model can lower the dispatch cost of IEHS. In addition, as can be seen in Tab. 2, the adaptive McCormick algorithm can obtain an approximative optimal solution, and the constraint violation ratio (CVR) is zero, which guarantees the feasibility and optimity of the dispatch results.



**Fig. 2 Out-of-sample cost of proposed DRO and traditional DRO**

**Tab. 1 Cost under different adjustment modes**

Regulation Modes	Variable flow	Constant flow
Total Cost/\$	122422.8	123748.0
DHS Cost/\$	25040.8	26365.9

**Tab. 2 Performance comparison of different algorithms**

Algorithm	Cost/\$	Error/%	Time/s	CVR/%
IPOPT	122422.8	—	372.3	0
Original McCormick	112930.3	7.75	8.61	87.7
Piecewise McCormick	—	—	>500	—
Tightening McCormick	Infeasible	—	—	—
Adaptive McCormick	122499.0	0.06	32.55	0